Лабораторные работы 4-го семестра соответствуют задачам курсовой работы по сопротивлению материалов. Студенты составляют программы, выполняют расчеты и строят эпюры с использованием программных продуктов **Microsoft Excel, MathCAD, Fortran**. Отчет оформляется в Word. Варианты заданий приведены во второй части приложения.

Пример **1. РАСЧЕТ ПРОГИБА ШАРНИРНО-ОПЕРТОЙ БАЛКИ**

1.1 Постановка задачи

Задана балка, закрепленная на двух шарнирных опорах, и нагружена в соответствии с расчетной схемой (рис. 1.1). Для данной балки построить эпюры прогибов, углов поворота, моментов и перерезывающих сил, используя три программы Fortran, Mathcad, Excel. Исходные данные приведены в таблице 1.1.

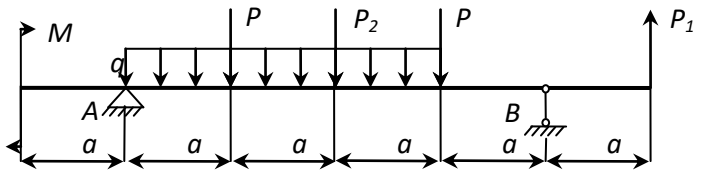


Рис. 1.1 Шарнирно-опертая балка

Исходные данные. Таблица 1.1.

Параметры	*Значение параметров*
M_1, *кНм*	*40*
P_1, *кН*	*-10*
P_2, *кН*	*-20*
P_3, *кН*	*10*
q, *кН/м*	*-10*
a, м	*0,5*
EI	*1*

1.2 Разработка алгоритма вычисления функции прогиба

Изменим расчетную схему на рис. 1.1. На новой схеме (рис. 1.2) направим все силы и все реакции вверх. Распределенную нагрузку продолжим до конца, т.к. она должна заканчиваться на правом конце балки, и уравновесим ее другой распределенной нагрузкой, направленной в противоположную сторону.

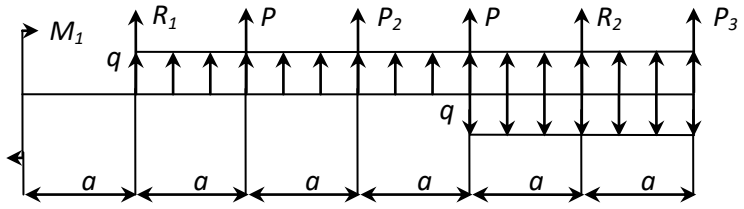


Рис. 1.2 Расчетная схема

Выберем систему координат так, чтобы начало ее совпадало с левым концом балки (рис. 1.2), разобьем балку на силовые участки.

Текст программы в Mathcad:

Для начала введем все исходные данные из таблицы 1.1. В Mathcad'е существует операция присваивания, которая позволяет оценивать любую переменную справа от знака присваивания и назначает любой результат слева от этого знака.

$M1 := 40 \quad P1 := -10 \quad EI := 1 \quad P2 := -20 \quad q := -10 \quad a := 0.5 \quad P3 := 10$

Из условия равновесия найдем реакции опор в точках *A* и *B*:

$$R1 := \frac{-M1 - 5q \cdot a \cdot 1.5 \cdot a - P1 \cdot 3 \cdot a - P2 \cdot 2 \cdot a - P1 \cdot a + P3 \cdot a}{4a}, \quad R1 = 11.875,$$

$$R2 := \frac{M1 - 5q \cdot a \cdot 2.5 \cdot a + 2q \cdot a \cdot 4 \cdot a - P1 \cdot a - P2 \cdot 2a - P1 \cdot 3 \cdot a - P3 \cdot 5a}{4a}, \quad R2 = 33.125.$$

Далее вводим функцию *z*, которая должна удовлетворять условию: $z(x,a) = \begin{cases} 0, & x < a \\ 1, & x \geq a \end{cases}$. Это необходимое условие, для того чтобы универсальное уравнение было верно для каждого участка.

В Mathcad это будет иметь вид:

$$z(x,a) := \text{if}(x < a, 0, 1)$$

Затем вводим функцию *W(x)*, которая будет входить в универсальное уравнение упругой линии, для определения прогибов и углов поворота. Эта функция должна быть больше либо равна нулю, т.к. здесь учитываются силовые факторы, лежащие слева от рассматриваемого сечения.

$$W(x) := M1 \cdot \frac{x^2}{2} + R1 \cdot \frac{(x-a)^3}{6} \cdot z(x,a) + P1 \cdot \frac{(x-2\cdot a)^3}{6} \cdot z(x,2\cdot a) + P2 \cdot \frac{(x-3\cdot a)^3}{6} \cdot z(x,3\cdot a) \ldots$$
$$+ P1 \cdot \frac{(x-4\cdot a)^3}{6} \cdot z(x,4\cdot a) + R2 \cdot \frac{(x-5\cdot a)^3}{6} \cdot z(x,5\cdot a) + P3 \cdot \frac{(x-6\cdot a)^3}{6} \cdot z(x,6\cdot a) \ldots$$
$$+ q \cdot \frac{(x-a)^4}{24} \cdot z(x,a) - q \cdot \frac{(x-4\cdot a)^4}{24} \cdot z(x,4\cdot a)$$

Введем матрицы *D* и *B*:

$$D := \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 5a \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} \frac{-1}{EI} \cdot W(a) \\ \frac{-1}{EI} \cdot W(5a) \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 \\ -125.026 \end{pmatrix},$$

где **D** – матрица коэффициентов при неизвестных, а **B** – матрица свободных коэффициентов.

Эти матрицы нужны для того, чтобы решить СЛАУ **DC=B**, где **C** – неизвестные коэффициенты.

Для решения СЛАУ используем оператор lsolve

$$C := \text{lsolve}\ (D, B), \quad C = \begin{pmatrix} 25.007 \\ -60.013 \end{pmatrix}.$$

Задаем функцию, определяющую прогиб:

$$V(x) := C_0 + C_1 \cdot x + \frac{1}{EI} \cdot W(x)$$

Далее строим эпюру прогибов *V(x)*, выбрав на панели инструментов график в декартовых осях. Слева от оси ординат записываем *V(x)*, а на оси абсцисс устанавливаем пределы для координаты x от 0 до 3.

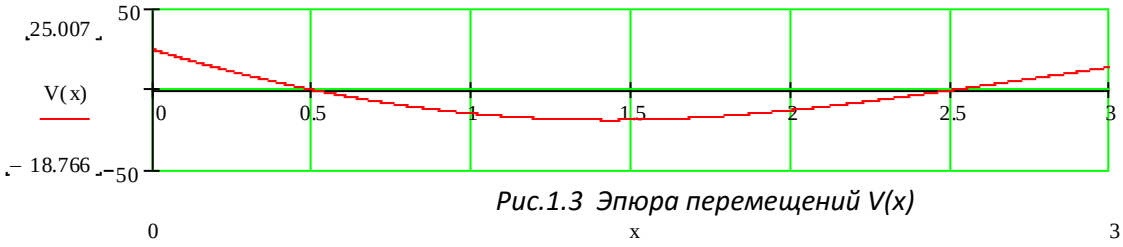


Рис.1.3 Эпюра перемещений V(x)

Продифференцируем в ручную *V(x)* и получим функцию для углов поворота *Q(x)*:

$$Q(x) := C_1 + M1 \cdot x + R1 \cdot \frac{(x-a)^2}{2} \cdot z(x,a) + P1 \cdot \frac{(x-2\cdot a)^2}{2} \cdot z(x,2\cdot a) + P2 \cdot \frac{(x-3\cdot a)^2}{2} \cdot z(x,3\cdot a) \ldots$$
$$+ P1 \cdot \frac{(x-4\cdot a)^2}{2} \cdot z(x,4\cdot a) + R2 \cdot \frac{(x-5\cdot a)^2}{2} \cdot z(x,5\cdot a) + P3 \cdot \frac{(x-6\cdot a)^2}{2} \cdot z(x,6\cdot a) \ldots$$
$$+ q \cdot \frac{(x-a)^3}{6} \cdot z(x,a) - q \cdot \frac{(x-4\cdot a)^3}{6} \cdot z(x,4\cdot a)$$

Точно также как и для прогибов строим эпюру *Q(x)*:

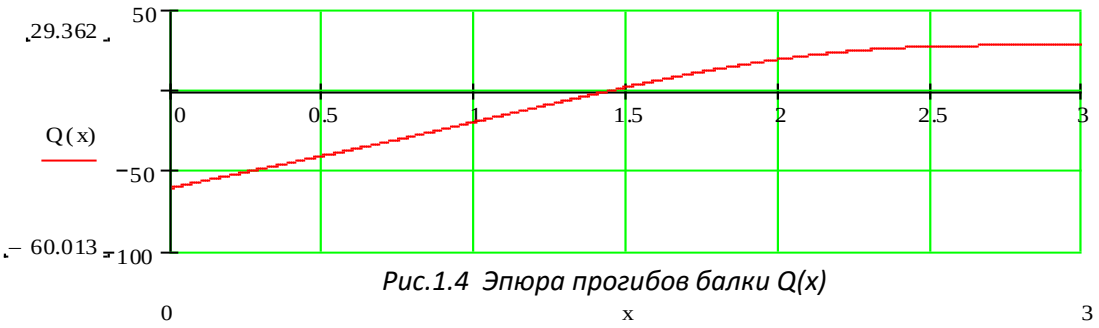


Рис.1.4 Эпюра прогибов балки Q(x)

Далее дифференцируя *Q(x)*, получаем функцию *M(x)*:

$$m(x) := M1 + R1 \cdot (x - a) \cdot z(x, a) + P1 \cdot (x - 2 \cdot a) \cdot z(x, 2 \cdot a) + P2 \cdot (x - 3 \cdot a) \cdot z(x, 3 \cdot a) \ldots$$
$$+ P1 \cdot (x - 4 \cdot a) \cdot z(x, 4 \cdot a) + R2 \cdot (x - 5 \cdot a) \cdot z(x, 5 \cdot a) + P3 \cdot (x - 6 \cdot a) \cdot z(x, 6 \cdot a) \ldots$$
$$+ q \cdot \frac{(x - a)^2}{2} \cdot z(x, a) - q \cdot \frac{(x - 4 \cdot a)^2}{2} \cdot z(x, 4 \cdot a)$$

Строим эпюру изгибающих моментов *M(x)*:

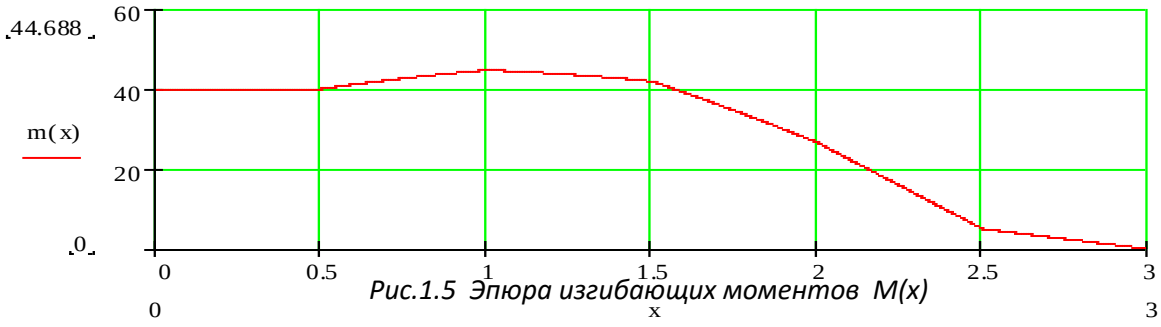


Рис.1.5 Эпюра изгибающих моментов M(x)

Дифференцируя *M(x)*, получаем *P(x)*:

$$P(x) := R1 \cdot z(x, a) + P1 \cdot z(x, 2 \cdot a) + P2 \cdot z(x, 3 \cdot a) \ldots$$
$$+ P1 \cdot z(x, 4 \cdot a) + R2 \cdot z(x, 5 \cdot a) + P3 \cdot z(x, 6 \cdot a) \ldots$$
$$+ q \cdot (x - a) \cdot z(x, a) - q \cdot (x - 4 \cdot a) \cdot z(x, 4 \cdot a)$$

Эпюра для перерезывающих сил *P(x)* имеет вид:

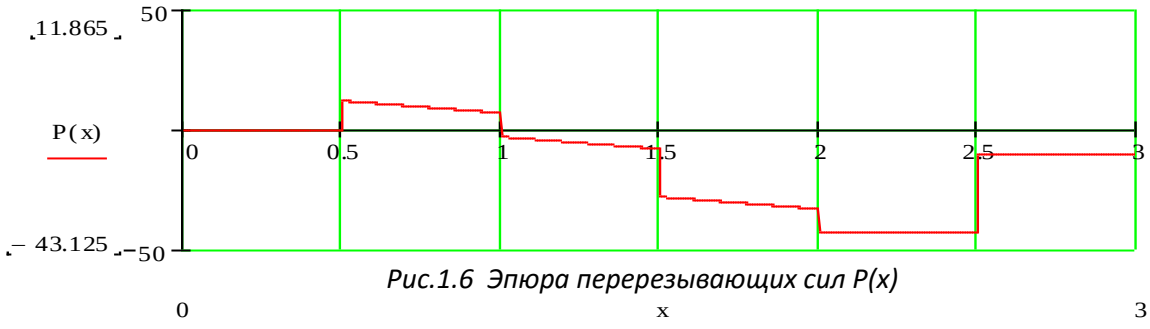


Рис.1.6 Эпюра перерезывающих сил P(x)

Как видно, текст программы очень прост и не требует особых комментариев. Меняя исходные данные, можно пользоваться этой программой повторно. Для построения эпюр других балок придется также изменять уравнения реакции опор.

Алгоритм решения задачи с использованием языка Fortran

1. Описываем заданные массивы
2. Описываем именованные константы, количество силовых участков и количество точек на участке.
3. Задаем функцию *z(i,j)* для каждого участка.
4. Задаем функцию *W(i)*, с использованием исходных данных.
5. Описываем массивы *V(nm), W2(nm), S(nm), F(nm), C, D.*

6. Вычисляем координаты узловых точек.
7. Вызываем подпрограмму SIMQ для решения СЛАУ
8. Вычисляем массивы
9. Выводим на экран искомые величины

Вызываем графическую подпрограмму для построения эпюр. Графическая подпрограмма позволяет визуально оценить полученный результат.

Текст программы:

```
module sopromat1
real::P1=-10,P2=-20,q=-10,
P3=10,a=0.5,M1=40,R1,R2, EI=1.
integer, parameter::n=6, m=5, nm=n*m
real(8)::x(nm)
end

Function z(i,j)
z=1
if (j>=i) z=0
end

Function W(i)
use sopromat1
W=M1*(x(i)**2)/2.+R1*((x(i)-
a)**3*z(i,m))/6.+P1*(x(i)-
2*a)**3*z(i,2*m)/6.+&
P2*(x(i)-3*a)**3*z(i,3*m)/6.+P1*(x(i)-
4*a)**3*z(i,4*m)/6.+&
R2*(x(i)-5*a)**3*z(i,5*m)/6.+P3*(x(i)-
6*a)**3*z(i,6*m)/6.+&
q*(x(i)-a)**4*z(i,m)/24.-q*(x(i)-
4*a)**4*z(i,4*m)/24.
end

program sveta
use sopromat1
real(8):: V(nm), W2(nm), S(nm), F(nm)
real::D(2,2),C(2)

do j=1,n
if((j-1)*m>0)  x((j-1)*m+1)=x((j-1)*m)
do i=2,m
x((j-1)*m+i)=x((j-1)*m+i-1)+a/(m-1)
enddo
enddo

R2=(M1-5*q*a*2.5*a+2*q*a*4*a-P1*a-
P2*2*a-P1*3*a-P3*5*a)/(4*a)
R1=(-M1-5*q*a*1.5*a-P1*3*a-P2*2*a-
P1*a+P3*a)/(4*a)

Print*, R2,R1,x
D(1,:)=(/1.,a/);D(2,:)=(/1.,5*a/)
C=(/-1./EI*W(m),-1./EI*W(5*m)/)
Call SIMQ (D,C,2,ier)
Print*,C;
Do i=1,nm
V(i)=C(1)+C(2)*x(i)+W(i)/EI;
print*,i,v(i)
enddo
Call cls(2)
call grafic(10,10,410,110,x,V,nm)

Do i=1,nm
W2(i)=C(2)+(M1*(x(i)**1)/1.+R1*((x(i)
-a)**2*z(i,m))/2.+P1*(x(i)-
2*a)**2*z(i,2*m)/2.+&
P2*(x(i)-3*a)**2*z(i,3*m)/2.+P1*(x(i)-
4*a)**2*z(i,4*m)/2.+&
R2*(x(i)-5*a)**2*z(i,5*m)/2.+P3*(x(i)-
6*a)**2*z(i,6*m)/2.+&
q*(x(i)-a)**3*z(i,m)/6.-q*(x(i)-
4*a)**3*z(i,4*m)/6.)/EI
enddo
call grafic(10,120,410,220,x,W2,nm)

Do i=1,nm
S(i)=(M1+R1*(x(i)-a)*z(i,m)+P1*(x(i)-
2*a)*z(i,2*m)+&
P2*(x(i)-3*a)*z(i,3*m)+P1*(x(i)-
4*a)*z(i,4*m)+&
R2*(x(i)-5*a)*z(i,5*m)+P3*(x(i)-
6*a)*z(i,6*m)+&
q*(x(i)-a)**2*z(i,m)/2.-q*(x(i)-
4*a)**2*z(i,4*m)/2.)/EI
enddo
call grafic(10,230,410,330,x,S,nm)

Do i=1,nm
F(i)=(R1*z(i,m)+P1*z(i,2*m)+&
P2*z(i,3*m)+P1*z(i,4*m)+&
R2*z(i,5*m)+P3*z(i,6*m)+&
q*(x(i)-a)*z(i,m)-q*(x(i)-
4*a)*z(i,4*m))/EI
enddo
call grafic(10,340,410,440,x,F,nm)
end
```

Подпрограмма для построения эпюр:

```
Subroutine Cls(I)
Use dflib !подключение модуля, содержащего интерфейсы к графическим процедурам
Type(qwinfo)qv !описание величины qv, имеющей производный тип qwinfor. Тип данных qwinfor позволяет устанавливать параметры графического окна
Open(I,file='user') !открытие графического окна с номером I
qv. Type=2
result = SETWSIZEQQ(QWIN$FRAMEWINDOW, qv)
result = SETWSIZEQQ(I, qv)
Result=setbkcolor(15) !устанавливает цвет фона графического экрана (белый)
call CLEARSCREEN(0)
Result=settextcolor(0)
Result=setbkcolor(7)
end

Subroutine grafic(jl,il,jr,ir,x,y,n)
Use dflib
Real(8)::x(n), y(n), yl, yr
Type(xycoord)xy
Type(wxycoord)wxy
!Moveto n1
Call setviewport(jl,il,jr,ir)
Result=setcolor(0)
!Result=rectangle(2,0,0,jr-jl,ir-il)
yl=max(0.,maxval(y)); yr=min(0.,minval(y))
Result=setwindow(.true.,x(1),yl,x(n),yr)
Do i=1,n-1; Call moveto_w(x(i),0d0,wxy)
Result=lineto_w(x(i),y(i))
Result=lineto_w(x(i+1),y(i+1))
Result=lineto_w(x(i+1),0d0)
Enddo
Call moveto_w(x(1),0d0,wxy)
Result=lineto_w(x(n),0d0)
End
```

Программа на Fortran’е достаточно объемна, она состоит из головной программы и подпрограммы для построения самих эпюр, так же требуется вызывать подпрограмму SIMQ, для решения СЛАУ.

Эпюры, построенные на Fortran’е (рис. 1.7) схожи с эпюрами, построенными в Mathcad’е.

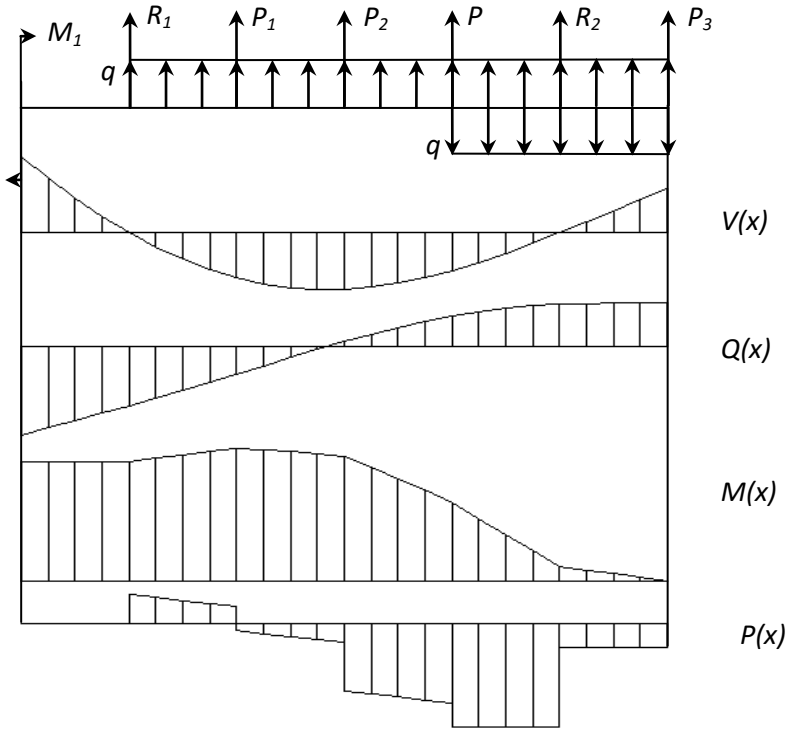


Рис.1.7 Эпюры построенные на Fortran’е

Различия между программами Mathcad и Fortran:

1. В Fortran’е не существует различия между заглавными и прописными буквами, а в Mathcad’е идет четкое различие ввода переменных.
2. Mathcad не строит эпюры, а строит графики в отличии от Fortran.
3. Для построения эпюр на Fortran’е мы должны составлять подпрограмму, в отличие от Mathcad’а, где нужно только назначить операцию построения графика.
4. Текст программы в Mathcad’е значительно легче и проще для усвоения.

Построение эпюр в Excel

В начале вводим исходные данные для внешней нагрузки. Затем задаем шаг сетки по *x* и номеруем точки, всего точек будет 30. Далее в другом столбце задаем значение для *x*, в первой строке пишем 0, во второй предыдущее значению плюс шаг, при этом повторяем значения для узловых точек. Задаем функции для внешних нагрузок и затем суммируем их. Далее задаем матрицы **D** и **B**, обращаем матрицу **D** и умножаем ее на **B** для получения неизвестных коэффициентов. Задаем уравнение упругой линии, в которое входят полученные коэффициенты. Далее выделяя столбец со значениями x и столбец уравнения упругой линии, строим эпюру перемещений (рис. 1.8).

Microsoft Excel - Lab_1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Arial 10

R28

	D	E	F	G	H	I	J	K
1	p3	a	q	EI	R2	R1		
2	10	0,5	-10	1	33,125	11,875		
3								
4								
5	0							
6	0,3125							
7	1,25							
8	2,8125							
9	5							
10	5	0						
11	7,8125	0,003866						-0,0
12	11,25	0,030924						-0,0
13	15,3125	0,10437						-0,0
14	20	0,247396						-0,0
15	20	0,247396	0					-0,0
16	25,3125	0,483195	-0,00326					-0,0

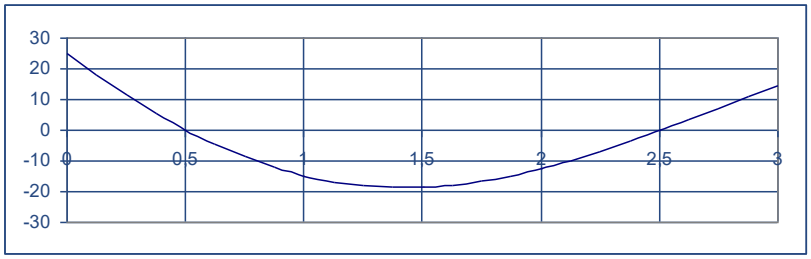


Рис.1.8 Эпюра прогибов балки Q(x)